

Ad-Soyad:

01.12.2023

Numara:

SAYILAR TEORİSİ I ARA SINAV SORULARI

- 1) a ve b iki tek tam sayı ise $a^2 - b^2$ nin 8'in katı olduğunu gösteriniz.
- 2) 7 ile bölünebilme kuralını modüler aritmetiği kullanarak bulunuz.
- 3) $13x - 5y + 4z = 7$ Diophant denkleminin genel çözümünü bulunuz.
- 4) a) $x \equiv 3 \pmod{7}$
 $x \equiv 5 \pmod{11}$ kongrüans sistemini çözünüz.
 $x \equiv 2 \pmod{3}$
b) $p \geq 5$ asal olmak üzere $6 \cdot (p - 4)! \equiv 1 \pmod{p}$ olduğunu gösteriniz.
- 5) $2^{3^{2001}}$ sayısının 41 ile bölümünden elde edilen kalanı bulunuz.

BAŞARILAR

Cevap Anahtarı

$$1-) a=2r+1, b=2s+1, a^2-b^2=4r^2+4r+1-4s^2-4s-1$$

$$=4(r^2+r-s^2-s)$$

$$=4(r-s)(r+s+1)$$

r-s tek ise

$$a^2-b^2=4(2m+1)(2m+1+2s+1)$$

$$=4(2m+1)2(m+s+1)$$

$$=8(2m+1)(m+s+1)$$

r-s çift ise

$$a^2-b^2=4(2m)(r+s+1)=8m(r+s+1)$$

2 - Defterinizde benzer örnek var.

$$3- d=1 \quad di=1 \quad \beta=4 \quad \delta=-5$$

$$\alpha=-1 \quad \gamma=1 \quad 13x+t=7 \quad x=1+u$$

$$y=6+13u-44$$

$$z=6+13u-54$$

$$4- a) a_1=3 \quad a_2=5 \quad a_3=2$$

$$M_1=33 \quad M_2=21 \quad M_3=77$$

$$b_1=3 \quad b_2=10 \quad b_3=2$$

$$x=1655 \Rightarrow \bar{x}=\overline{38}$$

$$b) (p-1)! \equiv -1 (p) \quad p-2 \equiv -2 \quad p-3 \equiv -3$$

$$(p-1)! = \underset{-1}{(p-1)} \underset{-2}{(p-2)} \underset{-3}{(p-3)} (p-4)! \equiv -1 (mod p)$$

$$\equiv -6 \equiv -1 (mod p)$$

$$6 \equiv 1 (mod p)$$

$$5- 2^{40} \equiv 1 (mod 41)$$

$$3^{2003} \equiv a (mod 40)$$

$$3^{16} \equiv 1 (mod 40) \Rightarrow (3^{16})^{125} \equiv 1 (mod 40)$$

$$3^{2000} \equiv 1 (mod 40)$$

$$3^{2001} \equiv 3 (mod 40)$$

$$2^3 \equiv 8 (mod 40)$$

bulunur.